Akustische und elektrische Signale - SIG

Fakultät für Physik der Ludwig-Maximilians-Universität München – Grundpraktikum für Zahnmediziner
(6. NOVEMBER 2020)

VERSUCHSZIELE

Um physiologische Vorgänge im menschlichen Körper zu untersuchen, werden elektrische Signale mit Hilfe verschiedener Messmethoden aufgezeichnet. So werden beim Elektrokardiogramm (EKG) oder bei der Elektroenzephalografie (EEG) elektrische Ströme durch Spannungsmessungen registriert und anschließend ausgewertet. Das Oszilloskop ist dazu sehr geeignet, da dieses Gerät eine sehr geringe Reaktionszeit besitzt und so schnell ablaufende Vorgänge visualisiert werden können.
Oft ist das Signal eine Überlagerung von Einzelsignalen. Um Rückschlüsse auf deren Zusammensetzung zu ziehen, verwendet man u.a. die Fouriertransformation. Mit dieser Methode können beim EEG α-, β- und γ-Wellen unterschieden, oder die Obertöne eines Klangs bestimmt werden.
Im Versuch werden Sie verschiedene Arten von Signalen analysieren. Aus dem Bereich der Akustik lernen Sie dabei die Begriffe Frequenz, Periodendauer und Amplitude kennen. Mit Hilfe eines Soundkarten-Oszilloskops werden Sie akustische Signale sichtbar machen und durch Fouriertransformation das Obertonspektrum des Klangs eines Instruments vermessen. Im zweiten Teil werden Sie ein RC-Glied vermessen und dessen Zeitkonstante graphisch ermitteln. Diese spielt bei der Erregungsausbreitung an Zellmembranen eine zentrale Rolle. Sie ist dabei ein Maß für die Geschwindigkeit der elektrotonischen Erregungsausbreitung. Im letzten Teilversuch werden Sie dieses Modell variieren, um die durch Myelinisierung bedingten Veränderungen an einer Membran quantitativ zu untersuchen.

Contents

I. TEILVERSUCHE

1. Bestimmung der Erdbeschleunigung („Versuch daheim“)
2. Darstellung akustischer Signale („Versuch daheim“)
3. Frequenz und Amplitude eines Sinustons („Versuch daheim“)
4. Vermessung eines Obertonspektrums („Versuch daheim“)
5. Das menschliche Hörvermögen („Versuch daheim“)
6. Rechtecksignale
7. Auf- und Entladekurve eines Kondensators
8. Modell für eine myelinisierte Membran

II. PHYSIKALISCHE GRUNDLAGEN

II.1. Was ist ein Signal?

Grundsätzlich lassen sich Bewegungsabläufe darin unterscheiden, ob sie sich regelmäßig wiederholen, oder nicht. Als *periodische Vorgänge* bezeichnet man Prozesse, bei denen sich jeder Zustand des Systems nach derselben Zeitdauer wiederholt. Nicht-periodische Vorgänge sind Abläufe, die sich entweder nicht wiederholen (Herunterfallen eines Steines), oder sich unregelmäßig wiederholen (Prasseln von Hagelkörnern auf dem Dach). Wenn ein Bewegungsablauf an einem Ort A stattfindet und an einem anderen Ort B registriert werden soll, dann müssen Informationen über diesen Bewegungsablauf von A nach B transportiert werden. Dieser Informationsübertrag geschieht in Form eines *Signals*.
Ein Beispiel für periodische Signale sind akustische Töne. Ein akustisches Signal entsteht, wenn z.B. eine Lautsprechermembran aus der Ruhelage ausgelenkt wird, sich periodisch hin und her bewegt, d.h. schwingt. Diese *Schwingung* (vgl. Kapitel VI) wird von den umgebenden Luftmolekülen übernommen und weitergeleitet. So entsteht eine periodische räumliche Störung (genannt *Welle*): es breitet sich also eine Schallwelle aus (vgl. Abschnitt I.2). Der einfachste Fall ist ein Sinuston (Abb. 1). Die Periodendauer T ist die Zeit, nach der sich die Bewegung des Luftmoleküls zum ersten Mal wiederholt. Die Frequenz $f = 1/T$ gibt die Wiederholrate pro Sekunde an und hat die Einheit $[f] = 1/\text{s} = \text{Hz}$ (Hertz). Die Amplitude A_0 ist die maximale Auslenkung A des Luftmoleküls aus der Ruhelage. Der Spitze-Tal-Wert $A_{\text{ST}} = 2A_0$ ist der Abstand von dem einen Umkehrpunkt der Schwingung zu dem anderen. Je höher die Amplitude eines Tones ist, desto lauter wird dieser wahrgenommen, mit zunehmender Frequenz steigt die Tonhöhe. Diese beiden Größen - Frequenz und Amplitude - sind der typische Informationsgehalt eines akustischen Signals.

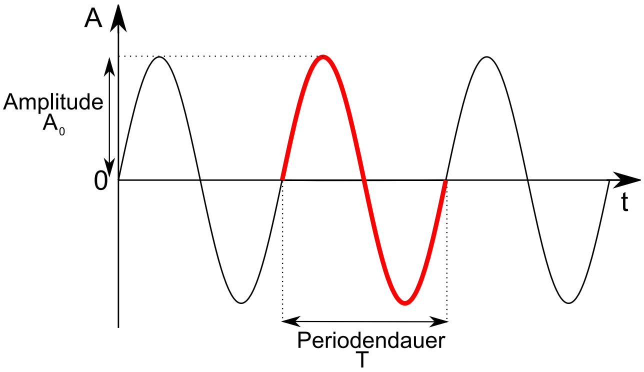

Abb. 1: Akustisches Signal: Sinusförmige Schwingung um die Ruhelage $A = 0$ mit Schwingungsamplitude A_0 und Periodendauer T als Funktion der Zeit.

In der Elektrizitätslehre spricht man von Wechselspannungen oder Wechselströmen, wenn sich der Wert der Spannung oder des Stroms periodisch ändert. Allerdings bezeichnet man dann die Amplitude sinnvollerweise mit U_0 bzw. I_0. Die im Alltag verwendete Wechselspannung „aus der Steckdose“ zeigt einen sinusförmigen Verlauf und kann mathematisch wie eine Sinusform (vgl. Abb. 1) beschrieben werden:

$$A(t) = A_0 \cdot \sin(2\pi t/T) \tag{1}$$

Es gibt aber auch andere Formen der Wechselspannung, z.B. Rechteckspannung oder Sägezahnspannung (Abb. 2 von links nach rechts).

Beispiele:
In der Medizin werden anhand eines EKGs Informationen über das Herz gewonnen. Während die Wiederholrate dieses Signals wie zuvor durch die Frequenz f beschrieben werden kann, reicht aufgrund der äußeren Form des Signals die Angabe eines einzelnen Amplitudenwerts nicht mehr aus, sondern es müssen mehrere

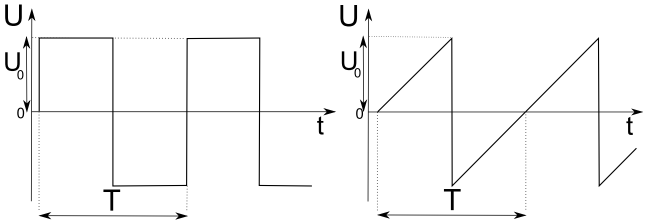

Abb. 2: Rechteckspannung und Sägezahnspannung mit Amplitude U_0 und Periodendauer T.

Werte angegeben werden. Abb. 3 zeigt eine Periode eines typischen EKG-Signals. Einige der einzelnen Phasen sind wie in der Medizin üblich beschriftet.

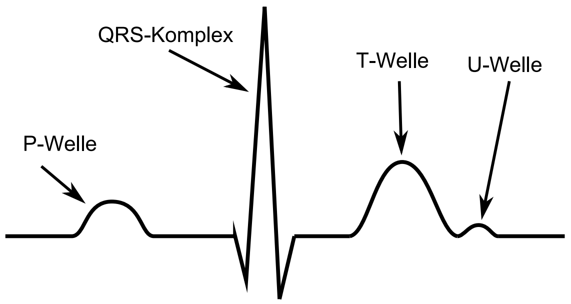

Abb. 3: Eine Periode des EKG-Signals eines gesunden Menschen.

II.2. Akustische Signale

1. *Grund- und Obertöne einer schwingenden Saite*

Wenn an einer Saite (z.B. die einer Gitarre) an einer beliebigen Stelle gezupft wird, dann beginnt dieser punktförmige Saitenabschnitt nach oben und unten zu schwingen. Diese Anregung breitet sich entlang der gespannten Saite aus, so dass sich auch die anderen Abschnitte der Saite nach oben und unten bewegen. Es entsteht eine *laufende Welle*. Diese Welle ist eine *transversale Welle*, weil die Saitenabschnitte senkrecht zu der Ausbreitungsrichtung der Welle schwingen. Da die Saite der Länge L an den Enden fixiert ist, kann die Saite dort nicht schwingen. Dies sind die sogenannten Randbedingungen, durch die eine schwingende Saite ihre charakteristische Tonhöhe erhält.
Die Welle wird an den Enden der Saite reflektiert und interferiert (überlagert sich) mit der ankommenden Welle. Die Interferenz (Überlagerung) von der ankommenden Welle und die reflektierte Welle führt zur Entstehung einer *stehenden Welle* (vgl. Abb. 4 und Abb. 5).
Genauso wie sich die Auslenkung $A(t)$ eines Saitenabschnitts zeitlich ändert und nach der Zeit T wiederholt, ändert sich die Amplitude der Teilchen A_0 entlang der Saite. Orte, an denen die Teilchen nicht schwingen können (z.B. an den Enden der Saite) und die Amplitude $A_0 = 0$ besitzen, nennt man Schwingungsknoten.

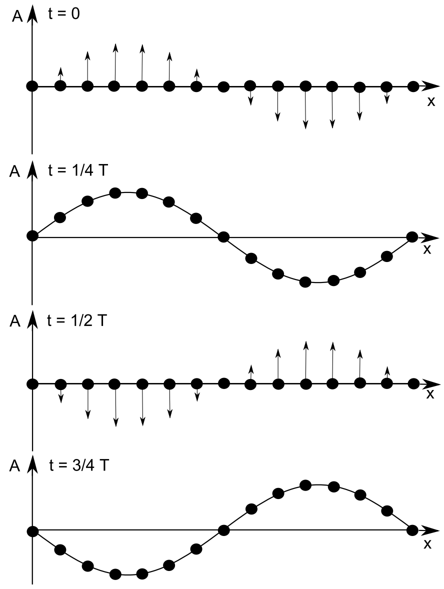

Abb. 4: Eine schwingende Saite der Länge L: Die schwarzen Punkte stellen die punktförmigen Abschnitte der Saite dar, die Pfeile kennzeichnen Tempo (die Länge des Pfeils beschreibt das Tempo) und Richtung der momentanen Bewegung.

Die Orte, an denen die Teilchen die größte Schwingungsamplitude haben, heißen Schwingungsbäuche. Diese Strecke, nach der sich das Schwingungsmuster der Saite zum ersten Mal wiederholt, heißt Wellenlänge der stehenden Welle und wird mit dem Buchstaben λ bezeichnet.

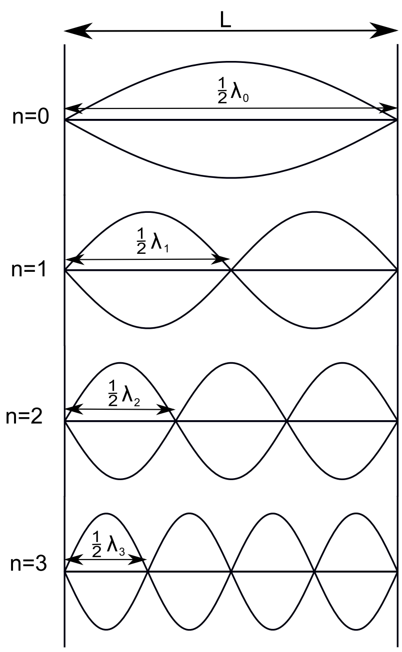

Abb. 5: Grund- und Obertöne einer schwingenden Saite der Länge L. Die Abbildung zeigt die Amplitudenausschläge in beide Richtungen.

Abb. 4 zeigt einen Abschnitt der Länge λ einer schwingenden Saite zu vier verschiedenen Zeitpunkten. Da die Bewegung eines Saitenabschnitts, bzw. der Moleküle der Saite dort nicht nur durch die Lage, sondern auch durch Tempo und Bewegungsrichtung charakterisiert wird, sind diese beiden Eigenschaften durch Pfeile gekennzeichnet.

- Die Punkte an den Enden, sowie in der Mitte der Saite befinden sich zu jedem Zeitpunkt in ihrer Ruhelage. Dort befinden sich Schwingungsknoten.
- Zum Zeitpunkt $t = 0$ schwingen alle Saitenabschnitte gerade durch ihre Ruhelage. Die linke Hälfte beginnt dabei mit einer Schwingung nach oben, die rechte mit einer Schwingung nach unten.
- Nach einem Viertel der Periodendauer T haben die Punkte der Saite den Umkehrpunkt (das Tempo ist Null) und damit ihre maximale Auslenkung erreicht.
- Nach der halben Periodendauer durchlaufen die Punkte wieder ihre Ruhelage, aber in umgekehrter Richtung und erreichen zum Zeitpunkt $t = \frac{3}{4}T$ den zweiten Umkehrpunkt.
- Nach einer Periodendauer hat die ganze Saite wieder ihren Ausgangszustand erreicht.

Wenn eine Saite zum Schwingen gebracht wird, entstehen nur solche Schwingungen, bei denen die Randbedingungen erfüllt sind. Diese nennt man Grundton ($n = 0$) bzw. Obertöne ($n \geq 1$). Abb. 4 zeigt also die erste Oberschwingung. Allgemein hängt die Wellenlänge λ_n des n-ten Obertons von der Länge L der Saite ab (vgl. Abb. 5):

$$L = (n+1) \cdot \frac{\lambda_\mathrm{n}}{2} \quad \text{bzw.} \quad \lambda_\mathrm{n} = \frac{2L}{n+1} = \frac{\lambda_0}{n+1} \tag{2}$$

Die Wellenlänge der Grundschwingung ist damit $\lambda_0 = 2L$, die n-te Oberschwingung ist der (n+1)-te Teil davon. Da für die Wellengeschwindigkeit $v = \lambda \cdot f =$ const. gilt (vergl. SON und LIN), folgt für die Frequenzen der Obertöne:

$$f_\mathrm{n} = (n+1) \cdot f_0 = f_0 \cdot n + f_0. \tag{3}$$

Damit ergibt sich für das Frequenzverhältnis von Grund- und Obertönen

$$f_0 : f_1 : f_2 : ... = 1 : 2 : 3 : ... \tag{4}$$

Diese Schwingungen der Saite übertragen sich auf die umgebenden Luftmoleküle und führen dazu, dass sich die Schwingungen als Schallwellen im Raum ausbreiten.

2. *Energie und Intensität, menschliches Hörvermögen*

Wenn durch eine Störung Teilchen aus ihrem Ruhezustand ausgelenkt werden, dann ändert sich deren *potentielle Energie* E_pot. Da die Auslenkung als Welle durch das Medium wandert, wird somit auch Energie transportiert. Da sich die einzelnen Teilchen aber nur um ihre Ruhelage hin und her bewegen (die Teilchen besitzen also auch *Kinetische Energie* E_kin), wird bei einer Welle Energie transportiert, ohne dass ein Massentransport stattfindet.

Die mittlere Energie der einzelnen Teilchen ist proportional zu den Quadraten der maximalen Amplitude A und zur *Kreisfrequenz* ω (griech. „omega“). Dabei ist die Amplitude ein Maß für die Auslenkung (E_pot) und die Kreisfrequenz ein Maß für die Geschwindigkeit (E_kin) der Teilchen. Die Kreisfrequenz hängt über die Formel $\omega = 2\pi f$ mit der Frequenz der Störung zusammen. Die kinetische Energie zusätzlich noch von der Masse m der Teilchen abhängig. Sie ist zur Masse der Teilchen proportional. Durch diese Proportionalitäten ergibt sich folgende Formel für die mittlere Gesamtenergie $\bar{\epsilon}$ (griech. „Epsilon“)eines Teilchens:

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \tag{5}$$

Die mittlere Energie von N Teilchen der Gesamtmasse $M = Nm$, die sich im Volumen V befinden ist dann

$$\overline{E} = N \cdot \epsilon = \frac{1}{2} M A^2 \omega^2 \tag{6}$$

Da man die Anzahl der an der Ausbreitung beteiligten Teilchen der Welle nicht kennt, ist es sinnvoll, die mittlere Energie der Welle pro Volumeneinheit anzugeben. So wird mit $M = \varrho \cdot V$ aus Gleichung (6):

$$\overline{E}/\Delta V = \frac{\frac{1}{2} M A^2 \omega^2}{\Delta V} = \frac{1}{2} \varrho A^2 \omega^2 \tag{7}$$

Dabei ist ϱ (griech. „Rho“) die Dichte des Mediums.

Die *Intensität* einer Welle ist ein Maß dafür, wie viel Energie durch die Welle pro Zeiteinheit durch eine zur Ausbreitungsrichtung der Welle senkrechte Flächeneinheit transportiert wird. Ihre Einheit ist $[I] = \mathrm{J/m^2s}$. In unseren Beispielen breitet sich ein Teil der Welle senkrecht zur Membranoberfläche bzw. Felloberfläche aus. Die Intensität ist dann die Energie, die pro Zeit durch eine zur Membran parallele Fläche ΔS fließt. Da der Energietransport durch die Fläche $\Delta S = \frac{\Delta V}{\Delta x}$ mit der Schallgeschwindigkeit v der Welle erfolgt und $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ gilt, folgt für die Intensität:

$$I = \frac{\overline{E}}{\Delta S \cdot \Delta t} = \frac{E}{\Delta V} \cdot \underbrace{\frac{\Delta x}{\Delta t}}_{v} = \frac{1}{2} \cdot v \varrho A^2 \omega^2 \tag{8}$$

Die Größen Amplitude und Winkelgeschwindigkeit sind von der Stärke der Störung abhängig. Die Schallgeschwindigkeit v und die Dichte ϱ sind materialabhängig. Das Produkt aus beiden wird oft zur sog. *Schallimpedanz* $Z = v \cdot \varrho$ zusammengefasst. Die Schallimpedanz ist ein wichtiger materialspezifischer Wert für die Beschreibung von Wellen in Medien.

Schallintensität ist eine für die Audiometrie wichtige

Größe. Wie die Abb. 6 illustriert, genügt bei $f = 1000$ Hz $I_0 = 1 \cdot 10^{-12} \mathrm{W/m^2}$ eine Hörempfindung auszulösen (Hörschwelle). Die Hörschwelle ist frequenzabhängig. Am empfindlichsten ist das menschliche Ohr im Frequenzbereich 2000-5000 Hz (vgl. Abb. 6). Schallintensitäten vergleicht man mit I_0 durch Angabe des *Schallpegels*:

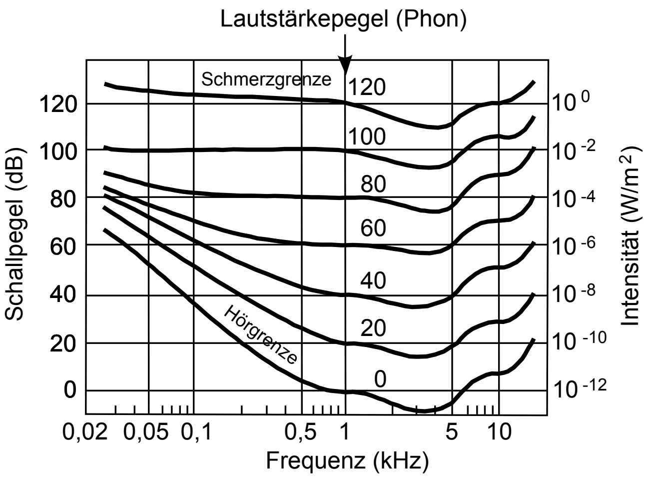

Abb. 6: Frequenzabhängigkeit des menschlichen Hörvermögens. Jede Linie entspricht der gleichen Lautstärke.

$$L_I = 10 \cdot \lg(\frac{I}{I_0})\ \mathrm{dB}, \mathrm{mit}\ [L_I] = \mathrm{dB}\ (\mathrm{Dezibel}). \qquad (9)$$

Die Schallintensität ist objektiv und ist messbar, z. B. mit Mikrofon. Bei gleichen Schallintensitäten ist die Lautstärkeempfindung des Menschen von der Frequenz der Schallwelle abhängig. Um diese subjektive Empfindung zu charakterisieren wird die Größe *Lautstärke* verwendet. Um Lautstärken zu vergleichen benutzt man die Größe *Lautstärkenpegel* Λ. Der Lautstärkepegel wird in *Phon* gemessen. Für $f = 1000$ Hz hat der Lautstärkepegel gemessen in Phon definitionsgemäß den gleichen Wert wie der Schallpegel in Dezibel.

II.3. Wie wird ein Signal gemessen?

Um schnell ablaufende Vorgänge sichtbar machen zu können, werden Messgeräte mit sehr kurzen Reaktionszeiten benötigt. Ein Messgerät mit einem mechanischen Zeiger wäre aufgrund der Trägheit ungeeignet.
Das Oszilloskop ist ein für diese Anforderungen geeignetes Messinstrument. Im klassischen Oszilloskopmodus (auch x-t-Modus) wird das zu messende Signal in Abhängigkeit von der Zeit dargestellt, indem die gemessene Amplitude (z.B. die Auslenkung A eines Teilchens oder die Spannung U) nach oben und nach rechts die Zeit t aufgetragen wird (vgl. die vorherigen Abbildungen 1, 2 oder 3).
Da mit einem Oszilloskop nur elektrische Signale verarbeitet werden können, muss ein akustisches Signal zuerst umgewandelt werden. Dabei übersetzt ein Mikrofon die Luftdruckschwankung in eine Verschiebung der elektrischen Ladungen. Im einfachsten Fall bedeutet dies, dass die Ladungen im Leiter die Bewegung der Luftmoleküle 1:1 übernehmen. Eine solche Ladungsverschiebung führt zu einer Veränderung der Spannung am Leiter, welche vom Oszilloskop gemessen und dargestellt wird.

1. *Analyse mittels Fouriertransformation*

Der Klang der menschlichen Stimme oder eines Instruments besteht aus einer Überlagerung von Grundton und vielen Obertönen. Je nach Anzahl der Obertöne und deren jeweiligen Amplitude entsteht ein charakteristischer Klang.

Die *Fouriertransformation* ist ein mathematisches Verfahren, mit dem eine Funktion durch eine Summe von sinusförmigen Funktionen angenähert werden kann. Dabei wird die zu untersuchende Funktion in beliebig viele Sinus- und Kosinusfunktionen verschiedener Amplitude und Frequenz zerlegt. Im Frequenzbild oder Frequenzspektrum werden diese Ergebnisse visualisiert, indem die Amplituden gegen die Frequenzen aufgetragen werden.

In einem vereinfachten Fall (Abb. 7a links) ist die dargestellte Funktion eine reine Sinusfunktion. Die Fouriertransformation (Abb. 7a rechts) liefert deren Frequenz $f_0 = 440\,\mathrm{Hz}$ und Amplitude $A_0 = 1$. Abb. 7b zeigt eine weitere Sinusfunktion mit $f_3 = 1760\,\mathrm{Hz}$ und $A_3 = 0,5$.

Die Überlagerung beider Töne (Abb. 7c links) ergibt den Kammerton a', der genau genommen als Klang bezeichnet werden muss. Dass dieser im vorliegenden Beispiel aus Grundton und drittem Oberton besteht, kann durch die Fouriertransformation (Abb. 7c rechts) leicht bestimmt werden.

II.4. Elektrische Signale

Während in den Experimenten im Physikpraktikum primär Elektronen als freie Ladungsträger verwendet werden, bewegen sich im menschlichen Körper fast ausschließlich Ionen (vgl. auch ZEL).
Da sich Ladungen, je nach Vorzeichen, anziehen oder abstoßen, hängt deren Energie von ihrer Position zueinander ab. Unterschiede in der Energie pro Ladung werden physikalisch als Spannung oder Potentialdifferenz bezeichnet. Wenn sich Ladungen bewegen und sich deshalb die Ladungsverteilung verändert, kann dies als Änderung der Spannung gemessen werden.
Beispiele:
Beim EKG werden mittels der verwendeten Elektroden Spannungen am menschlichen Körper vermessen. Die sich entlang der Herzschleife ausbreitende Erregung wird dann als zeitabhängige Spannungsänderungen im EKG registriert.

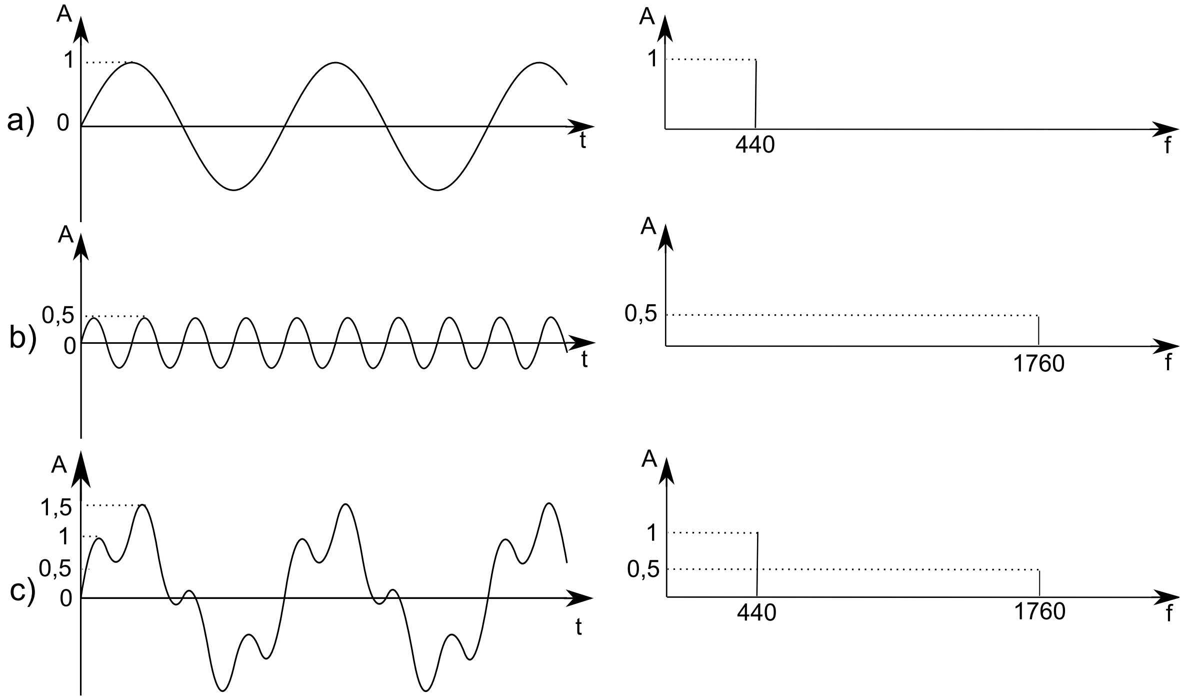

Abb. 7: Grund- und Oberton des Kammertons a', sowie deren Überlagerung. Darstellung links im x-t-Modus und rechts als Frequenzspektrum.

1. *Ausbreitung elektrischer Signale*

Bei *elektrischen Signalen* wird die Information durch die Bewegung der elektrischen Ladungen gespeichert. Deshalb sind für die Ausbreitung elektrischer Signale immer Ladungen notwendig. Wenn sich in einem metallischen Leiter ein Elektron am Ort A (z.B. Anfang des Leiters) bewegt, dann verändert sich die elektrische Kraft auf die Elektronen am Ort B (z.B. Ende des Leiters) praktisch ohne Zeitverzögerung. Wird beispielsweise ein elektrischer Leiter mit einer Spannungsquelle verbunden, dann beginnen alle Elektronen praktisch gleichzeitig, sich durch den Leiter zu bewegen. Die Geschwindigkeit, mit der die Information über die Bewegung übertragen wird, entspricht im Idealfall der Lichtgeschwindigkeit, und wird als Signalgeschwindigkeit bezeichnet. Dies entspricht aber nicht der Geschwindigkeit der Elektronen selbst: deren mittlere Geschwindigkeit (Driftgeschwindigkeit) entlang des Leiters ist sehr langsam ($v \approx 10^{-4}\,\mathrm{m/s}$).
Im menschlichen Körper findet die Signalübertragung durch verschiedene Arten von Nervenzellen statt. Die Signalgeschwindigkeit ist dort viel kleiner als im obigen Fall. Ein Modell dafür wird im Folgenden erarbeitet.

2. *Der Kondensator*

Ein Kondensator ist ein elektrisches Bauteil, mit dem z.B. Ladungen bzw. Energie gespeichert werden können. Dieser besteht aus zwei elektrischen Leitern, die durch einen Isolator getrennt sind. Der *Plattenkondensator* ist eine anschauliche Variante dafür. Dieser besteht aus zwei gleich großen, parallel angeordneten Metallplatten, zwischen denen sich als Isolator Luft befindet (Abb. 8 links).
Wenn die beiden Platten mit einer Spannungsquelle verbunden werden, fließt für sehr kurze Zeit ein Strom, der den Kondensator auflädt. Abgesehen von diesem kurzen Ladestrom auf den Kondensator fließt kein Strom durch den Stromkreis, da der Kondensator diesen unterbricht. Trennt man den Kondensator wieder von der Spannungsquelle, dann bleiben die Ladungen auf den Platten gespeichert. Da sich auf der einen Platte negative und auf der anderen positive Ladungen befinden, hat der geladene Kondensator Eigenschaften einer Spannungsquelle.
Die *Kapazität* C des Kondensators gibt an, wie viele Ladungen Q pro angelegte Spannung U gespeichert werden können:

$$C = \frac{Q}{U} \quad \text{mit} \quad [C] = \frac{C}{V} = \frac{A \cdot s}{V} = F \text{ (Farad).} \qquad (10)$$

Die Kapazität C oder das Fassungsvermögen hängt von den geometrischen Abmessungen des Kondensators ab.

- Je größer die Fläche A der beiden Platten ist, desto mehr Ladungen können gespeichert werden: Eine doppelt so große Fläche bedeutet doppelt so viel Platz für die Ladungen. Allgemein gilt $C \propto A$.
- Die unterschiedlichen Ladungen auf den beiden Platten ziehen sich gegenseitig an. Bei einer großen Anziehungskraft werden die Ladungen dichter gepackt, wodurch mehr Ladungen Platz haben. Je kleiner der Abstand d der Platten ist, desto mehr Ladungen können gespeichert werden:

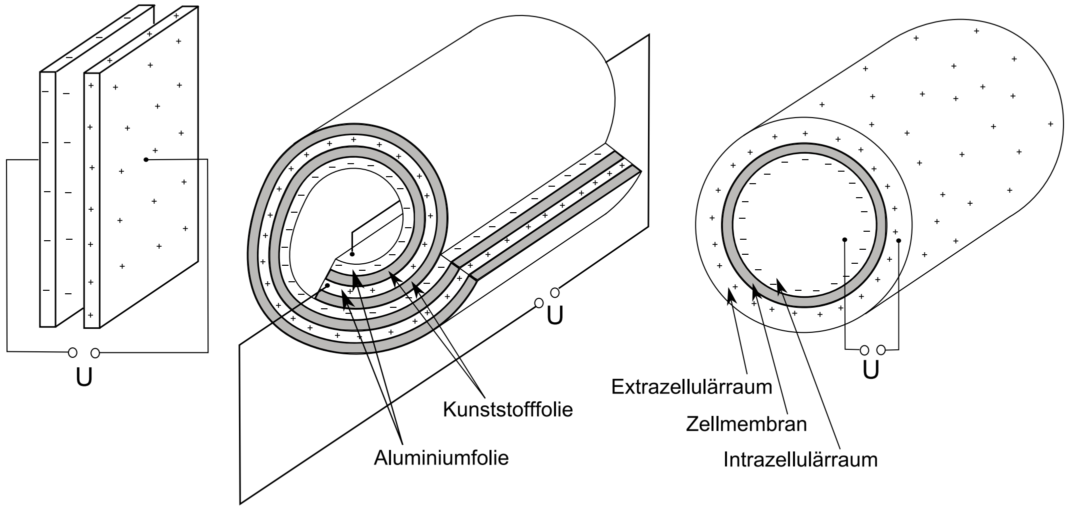

Abb. 8: Verschiedene Bauweisen von Kondensatoren.

Daher gilt $C \propto 1/d$.

Damit ergibt sich

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d} \tag{11}$$

mit $\epsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F/m}$: Dielektrizitätskonstante im Vakuum, ϵ_r: Proportionalitätskonstante zur Beschreibung der Isolatoreigenschaften.
(Beispiele: Vakuum: $\epsilon_V = 1$. Luft: $\epsilon_L \approx 1$. Destilliertes Wasser: $\epsilon_W = 81$. Myelin: $\epsilon_M = 7$.)
Neben dem Plattenkondensator gibt es noch andere Bauweisen. Für die Realisierung in elektrischen Bauteilen werden statt der beiden Platten zwei Aluminiumfolien und dazwischen ein Isolator (z.B. eine Plastikfolie) übereinander gelegt und platzsparend aufgerollt (Abb. 8 Mitte).
Eine physiologisch interessante Variante ist in Abb. 8 (rechts) dargestellt. Dabei werden die positiven und negativen Ladungen durch eine zylindrische Wand isoliert. Dies ist ein Modell für eine langgezogene Nervenzelle und wird im Folgenden noch näher erläutert.

3. *RC-Glied: Auf- und Entladevorgang*

Ein *RC-Glied* besteht aus einem Widerstand R und einer Kapazität C. Diese beiden Bauteile werden parallel geschaltet und mit einer Spannungsquelle verbunden (vgl. Abb. 9). Die verwendete Spannungsquelle liefert einen konstanten Rechteckstrom [1]. Das bedeutet, dass für eine gewisse Zeitspanne ein konstanter Strom I (z.B. $I = 1\,\mathrm{A}$) fließt, der danach sprunghaft einen anderen Stromwert annimmt (z.B. $I = 0\,\mathrm{A}$).
Zunächst teilt sich der (konstante) Gesamtstrom I in der Parallelschaltung auf die beiden Zweige (Widerstand und Kondensator) auf. Kurz nach Einschalten der Spannungsquelle fließt ein großer Teil des Stroms auf den Kondensator, da dieser noch ungeladen ist. Der Strom durch den Widerstand I_M ist nur sehr klein und nach $U = R_M \cdot I_M$ fällt dort zunächst nur eine geringe Spannung ab.

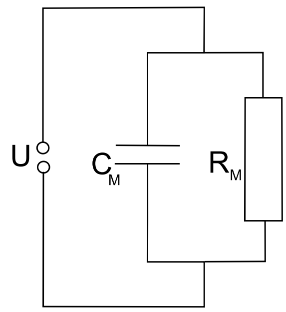

Abb. 9: RC-Glied.

Je mehr die Platten des Kondensators durch den Stromfluss aufgeladen werden, desto stärker stoßen die dort gespeicherten Ladungen die nachfließenden ab: Der Strom auf den Kondensator nimmt ab. Da der Gesamtstrom I konstant bleibt, muss in gleichem Maße der Strom I_M durch den Widerstand ansteigen. Damit steigt auch die am Widerstand gemessene Spannung. Schließlich fließt überhaupt kein Strom mehr auf den Kondensator und deshalb der gesamte Strom $I_M = I$ durch den Widerstand, so dass an der Schaltung die maximale Spannung $U_0 = R_M \cdot I$ anliegt. Dies nennt man den Aufladevorgang am Kondensator.
Wenn sich die angelegte Spannung erneut ändert, geschieht der gleiche Vorgang: Bevor der gesamte Strom durch den Widerstand fließen kann, muss erst die Kapazität des Kondensators wieder umgeladen werden. Dies bezeichnet man als Ent- oder Umladevorgang.
Die Zeitabhängigkeit des Aufladevorgangs kann durch Gl. (12), der Entladevorgang durch Gl. (13) beschrieben werden (vgl. Abb. 10). Dabei ist $U(t)$ die zum Zeitpunkt

[1] Eine Spannungsquelle, die konstanten Strom liefern kann, wird Stromquelle genannt.

t am Widerstand R_M abfallende Spannung und U_0 die Maximalspannung.

$$U(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-t/(R_M \cdot C_M)}) \qquad (12)$$

$$U(t) = U_0 \cdot e^{-t/(R_M \cdot C_M)} \qquad (13)$$

Die in Abb. 10 angegebene Zeit τ ist diejenige Zeit, nach der bei einem exponentiell ablaufenden Vorgang die gemessene Spannung beim Aufladevorgang $(1 - 1/e) =$ 63% ihres Maximalwertes erreicht hat bzw. beim Entladevorgang auf 37 % gefallen ist. Diese Zeit charakterisiert, wie schnell oder langsam ein solcher Vorgang abläuft bzw. sich ein System „erholt“, und wird daher Zeitkonstante oder Relaxationszeit [2] genannt. Sowohl für das Aufladen als auch das Entladen des Kondensators gilt nach Gl. (12) und Gl. (13):

$$\tau = R_M \cdot C_M \quad \text{mit} \quad [\tau] = \text{s}. \qquad (14)$$

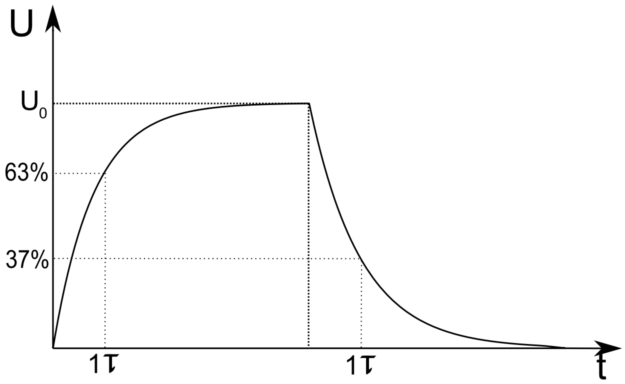

Abb. 10: Auf- und Entladekurve eines Kondensators: Spannung U in Abhängigkeit von der Zeit t. Die Zeitkonstante τ ist auch eingezeichnet.

4. *Diskussion aus physiologischer Sicht*

Die Membran einer Nervenzelle besteht aus einer Doppellipidschicht, welche die Elektrolyte (Na^+-, K^+- oder $Cl^- -$ Ionen) im Intra- und Extrazellulärraum gegeneinander isoliert. Da es sich bei den Elektrolyten um bewegliche Ladungen handelt, können Intra- und Extrazellulärraum mit den Platten eines Kondensators und die Membran (isolierende Doppellipidschicht) selbst mit dem Isolator zwischen den Platten verglichen werden (vgl. dazu Abb. 8 rechts, Seite 7). Des weiteren sind

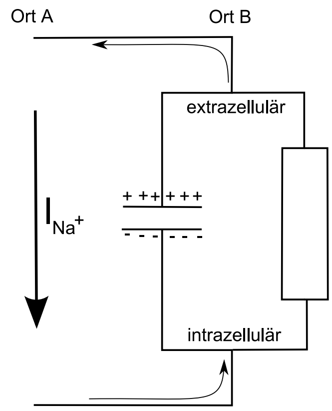

Abb. 11: Ladungsverteilung in einer am Ort A depolarisierten Nervenzelle.

darin Ionenkanäle eingelagert, durch die ein Ionenaustausch stattfinden kann. Diese beiden Eigenschaften der Membran werden physikalisch durch die Membrankapazität C_M und den Membranwiderstand R_M beschrieben. Dabei wird jeweils ein kurzer Abschnitt (Größenordnung: μm) einer Membran einer Nervenzelle durch ein RC-Glied simuliert.[3]
Aufgrund von Ladungs- und Konzentrationsunterschieden der verschiedenen Ionenarten im Intra- und Extrazellulärraum fließen Ionen durch die Kanäle der Membran und es stellt sich nach einiger Zeit ein Fließgleichgewicht ein, bei dem im Intrazellulärraum effektiv mehr negative Ladungen zu finden sind. Das *Membranpotential* ist dann die im Ruhezustand zwischen Intra- und Extrazellulärraum messbare Spannung und liegt bei $U \approx -70\,\text{mV}$.
Abb. 11 zeigt wie ein kurzer Abschnitt einer Nervenzelle durch ein RC-Glied modelliert werden kann. Die Nervenzelle wird links am Ort A depolarisiert, beispielsweise durch eine Reizung sensorischer Nervenzellen. In diesem Fall strömen $Na^+ -$ Ionen ins Innere der Zelle. Diese Veränderung der Ladungsverteilung führt zu einer Verschiebung des Potentials, weg vom Ruhemembranpotential, und wird als Erregung bezeichnet. Wenn sich diese Erregung entlang der Membran ausbreitet, ohne aktiv erneuert zu werden (Bildung eines Aktionspotentials), spricht man von passiver oder elektrotonischer Erregungsausbreitung. Dabei fließt zunächst ein Teil des Stroms durch den Intrazellulärraum der Nervenzelle - in der Abbildung von unten links nach unten rechts. Bevor jedoch der Strom durch die Membran am Ort B fließen und gemessen werden kann, muss zuerst die Kapazität der Membran umgeladen werden. Wie zuvor erklärt, nimmt daher die an der Membran messbare Spannung nicht sofort ihren neuen Wert an.

---

[2] Aus dem Englischen (to relaxe) für erholen.
Dieses Charakteristikum tritt auch in anderen Bereichen auf (z.B. Radioaktivität, mechanische Schwingungen, Ultraschall).

[3] In der Literatur werden diese Größen häufig als spezifische Werte angegeben, z.B. $C_m = 0,01\,\text{F/m}$ oder $C_m = 3 \cdot 10^{-7}\,\text{F}/\mu\text{m}^2$: Kapazität pro Länge der Zelle, bzw. Kapazität pro Fläche der Membran. Je nach Angabe wird bei diesen Werten der Radius einer zylinderförmigen Nervenzelle unterschiedlich eingerechnet, trotzdem aber der gleiche Buchstabe verwendet.

An dieser Stelle spielt die Zeitkonstante τ der e-Funktion des RC-Glieds eine wichtige physiologische Rolle. Nach der Zeit $t = \tau$ hat die Depolarisation der Membran (Ort B) erst 63% ihres Maximums erreicht. Das heißt, dass die Änderung des Membranpotentials am Ort A erst mit einer gewissen Zeitverzögerung am Ort B registriert werden kann und bestimmt so die Ausbreitungsgeschwindigkeit entlang der Membran der Nervenzelle.
Für die Beschreibung der aktiven Fortleitung einer Erregung reicht dieses Modell nicht mehr aus. Grundsätzlich hängt die Geschwindigkeit, mit der ein neues Aktionspotential gebildet werden kann, wieder von der Membrankapazität ab. Die Zeitverzögerung durch die an der Membran stattfindenden Ent- bzw. Umladevorgänge beeinflusst damit auch die Geschwindigkeit der Erregungsausbreitung selbst.
Im Gegensatz zur kontinuierlichen Erregungsausbreitung werden bei der sogenannten saltatorischen Erregungsausbreitung nur an den Ranvierschen Schnürringen neue Aktionspotentiale gebildet. Dazwischen, an den Internodien, breitet sich die Erregung elektrotonisch aus. Myelin umgibt das Axon in diesen Bereichen und senkt, da Myelin als elektrischer Isolator einen hohen Widerstand besitzt, die Verlustströme durch die Membran ab. Physikalisch wird dies durch einen erhöhten Membranwiderstand beschrieben. Gleichzeitig vergrößert Myelin als elektrischer Isolator den Abstand zwischen Intra- und Extrazellulärraum und senkt damit die Kapazität der Membran sehr stark ab.
Eine normale Membran besitzt eine Zeitkonstante von etwa $\tau = 1\,\mathrm{ms}$. Myelinisierung erhöht zwar den Membranwiderstand, senkt die Kapazität der Membran aber sehr viel stärker ab, so dass die Zeitkonstante τ insgesamt abnimmt.

III. TECHNISCHE GRUNDLAGEN

Im klassischen Oszilloskopmodus (auch x-t-Modus genannt) wird die Zeitachse nach rechts, und die Amplitude des gemessenen Signals nach oben aufgetragen. Durch eine geeignete Wahl der Einstellungen kann ein Signal am Bildschirm gut dargestellt werden.
Bei periodischen Signalen kann mit Hilfe des Triggers ein stehendes Bild erzeugt werden. Dieser bestimmt anhand der Steigung des anzuzeigenden Signals, wann sich dieses wiederholt, und legt damit einen gemeinsamen Startpunkt fest, so dass ein stehendes Bild sichtbar wird.
Moderne Oszilloskope verfügen häufig über eine „autoconfig“-Funktion. Dabei versucht die Software, Zeit- und Amplitudenauflösung, sowie die Triggereinstellung automatisch einzustellen. Dies kann als Hilfestellung verwendet werden, normalerweise sollten die Einstellungen jedoch von Hand vorgenommen werden.
Für die Anzeige der Skalierung der Achsen gibt es zwei gängige Varianten: entweder findet sich eine Skala, auf der die Absolutwerte des Signals direkt abgelesen werden können, oder der Schirm wird in Kästchen (division im englischen) unterteilt und die Amplitude eines Kästchens als „x pro div“ angegeben, so dass die Amplitude oder ein Zeitabstand durch „Kästchenzählen“ ermittelt werden kann.
Um zur Zeit- und Amplitudenmessung die Abstände und Kästchen nicht von Hand zählen zu müssen, verfügen Oszilloskope meist über verschiedene Messcursor. Dabei werden via Tastatur oder Maus zwei Cursorlinien auf dem Bildschirm geeignet verschoben, so dass der Messwert als Abstand der Cursor abgelesen werden kann.
Mit dem im heutigen Versuch verwendeten Oszilloskop[4] können - je nach Wahl der Eingangsquelle - sowohl akustische als auch elektrische Signale dargestellt und vermessen werden. Eine ausführlichere Beschreibung der Funktion der Bedienelemente finden Sie im Manual, das an Ihrem Arbeitsplatz ausliegt ((vgl. Abschnitt VII)).
Im ersten Teil des Versuchs analysieren Sie akustische Signale. Um die Lautstärke individuell regeln zu können, wird ein Kopfhörerverstärker (Abb. 12) verwendet. Nachdem dieser mit dem Netzteil verbunden wurde, wird das zu verstärkende Signal über den Eingang (Input) eingespeist. Die Lautstärke Ihres angeschlossenen Kopfhörers können Sie über den entsprechenden Drehregler variieren.
Im zweiten Teil des Versuchs messen Sie die an einem Widerstand abfallende Spannung. Dabei wird eine einfache Schaltung auf der in Abb. 13 dargestellten Rastersteckplatte aufgebaut. Diese besteht aus einzelnen quadratischen Kupferplatten (in der Abbildung grau

[4] Die Software wird in dankenswerterweise von Herrn Prof. Dr. Christian Zeitnitz von der BU Wuppertal kostenlos zur Verfügung gestellt und kann für private Zwecke kostenlos unter www.zeitnitz.de/Christian/Scope/Scope_ger.html heruntergeladen werden.

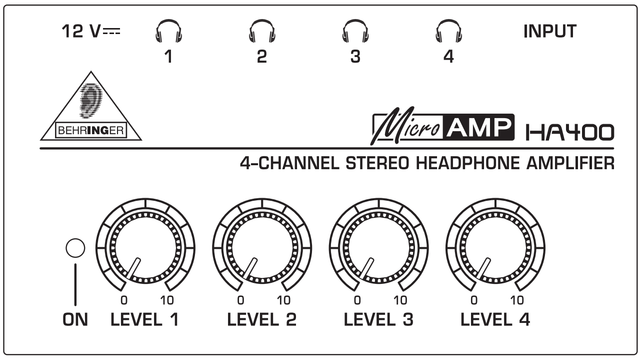

Abb. 12: Anschlüsse des Kopfhörerverstärkers (oben, von links nach rechts): Netzteilanschluss zur Spannungsversorgung, vier Kopfhörerausgänge, Input-Buchse für das Eingangssignal. Mit freundlicher Genehmigung von www.behringer.de

hinterlegt). Alle Buchsen einer solchen Platte sind miteinander leitend verbunden. Um zwei solcher Platten zu verbinden, werden schwarze Kurzschlussstecker (KS, $R \approx 0\,\Omega$) oder Widerstände (R) verwendet. Der Anschluss der Stromquelle (SQ) bzw. des Oszilloskops erfolgt mit den roten und schwarzen Messkabeln.

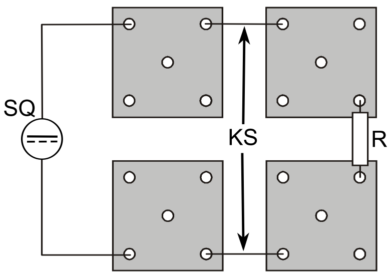

Abb. 13: Die im Versuch verwendete Rastersteckplatte.

Abb. 14 zeigt die verwendete Stromquelle. Über den Anschluss (oben) wird diese mit dem Netzteil verbunden. Die Wahl des Signals erfolgt über den Kippschalter: Im Puls-Modus liefert das Gerät einen Rechteckstrom (vgl. Abb. 2), während im DC-Modus ein konstanter Strom erzeugt wird. Mit den beiden Drehreglern kann die Amplitude (Regler muss nahe am linken Anschlag stehen) und die Frequenz des Signals variiert werden. Um einen Stromkreis aufzubauen, werden die beiden Ausgänge auf der rechten Seite des Gehäuses verwendet.
Als Messgerät dient ein digitales USB-Oszilloskop (Abb. 15). Dieses wird über ein USB-Kabel mit dem Rechner verbunden und das Spannungssignal über die Eingänge A1-4 bzw. GND gemessen.

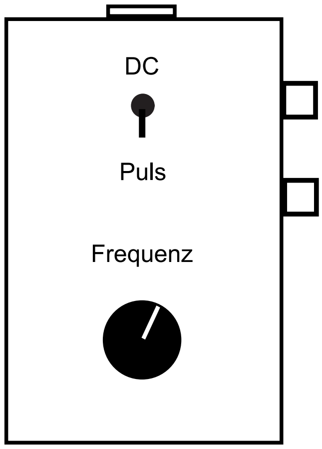

Abb. 14: Stromquelle mit regelbarer Frequenz und Amplitude.

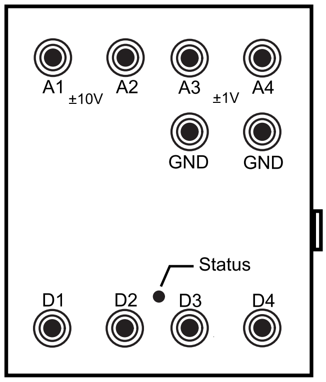

Abb. 15: Die USB-Box.

IV. VERSUCHSDURCHFÜHRUNG

Der Versuch findet in Online-Modus statt. Führen Sie am besten die Teilversuche 1 bis 5 vor der Videokonferenz zu Hause durch, um eventuelle Probleme während der Konferenz mit den Betreuenden diskutieren und beheben zu können. Die Teilversuche 6 bis 8 werden am Praktikumstag nach Möglichkeit von den Betreuenden vorgeführt und Sie werden während der Videokonferenz originale Datensätze zur Auswertung bekommen. Die Beschreibung der Durchführung der Teilversuche beinhaltet absichtlich Schritte, die nur im Präsenz-Modus durchführbar sind, um Ihnen einen Eindruck zu vermitteln, wie der Teilversuch in Realität durchzuführen ist.

IV.1. Bestimmung der Erdbeschleunigung („Versuch daheim")

1. Teilversuch
Bestimmen Sie die Erdbeschleunigung durch mehrfache Messung der Dauer von fünf Schwingungen des Fadenpendels.

2. Messgrößen

- Bild oder Video der Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung.
- Länge l des Fadens bis zum Schwerpunkt des Pendelkörpers und Messunsicherheit $\Delta\, l$
- Zeit t für fünf volle Schwingungsvorgänge zehn mal

3. Durchführung:

- Machen Sie sich zuerst bekannt mit der Theorie des Pendels anhand des Anhangs I (Kapitel VI.)
- Bauen Sie sich einen Fadenpendel mit der Hilfe eines Fadens der Länge ca. 1 m. Als Pendelkörper können Sie z.B. eine Kaffeetasse verwenden. Befestigen Sie den Faden so, dass der Pendelkörper sich frei bewegen kann (z. B. am Fenstergriff).
- Messen Sie die Länge l des Fadens bis zum Mittelpunkt (Schwerpunkt des Pendelkörpers) und schätzen Sie die Messunsicherheit Δl.
- Lassen Sie dann das Pendel derart frei schwingen mit einer Anfangsamplitude, dass $\varphi \leq 25°$ ist.
- Messen Sie sodann die Zeit für 5 volle Schwingungen zehn mal mit einer Uhr. Es ist ungünstig, direkt vom Moment des „Loslassens" ab zu messen. Besser beginnen Sie bei einem Nulldurchgang des bereits frei schwingenden Pendels.
- Tragen Sie Ihre experimentellen Daten tabellarisch (vgl. Tab. I) im Abschnitt „Durchführung" Ihres Protokolls ein.

Messung i	Gesmtzeit t_i/s	Periode T_i/s
1		
2		
...	...	...
10		

Tabelle I: Fadenpendel

PC-Vorbereitung

Starten Sie den PC und loggen Sie sich ein (Benutzername: student; Passwort: wird bekannt gegeben). Verbinden Sie den Audioausgang des PCs (grüner Stecker) mit dem Kopfhörerverstärker. Für dessen Stromversorgung verwenden Sie ein Netzteil. Nun können Sie die Lautstärke Ihres Kopfhörers (diesen erhalten Sie von Ihrem Betreuer) individuell regeln.
Auf dem Desktop befindet sich ein Ordner „Musikbeispiele". Darin finden Sie die Dateien, welche Sie für die ersten Teilversuche benötigen werden.

IV.2. Musik sichtbar machen („Versuch daheim")

1. Teilversuch:
Visualisieren Sie ein Musikbeispiel, um sich mit der Funktionsweise und Bedienung eines Soundkarten-Oszilloskops vertraut zu machen.
2. Messgrößen:

- Name der verwendeten Sounddatei
- Ausdruck des Oszilloskop-Bilds
- Ausdruck des Frequenzspektrums

2. Durchführung:

- Installieren Sie das Programm „Scope". Die Software „Scope_146" können Sie von der Webseite der Hersteller (`https://www.zeitnitz.eu/scms/scope_de`) herunterladen und auf Ihrem Windows-Rechner installieren.
- Starten Sie das Programm „Scope". Zur Funktionsweise der Software befindet sich ein Manual mit kurzen Erklärungen an Ihrem Arbeitsplatz (vgl. Abschnitt VII). Wählen Sie einen Musiktitel (1.wav oder 2.wav) aus und starten Sie die Wiedergabe. Eventuell müssen Sie noch die richtige Eingangsquelle für das Soundkarten-Oszilloskop auswählen. Infos finden Sie im Manual auf Seite 4 (siehe Abb. 18). Solche Hinweise werden im folgenden mit **M4** für „Manual, Seite 4" angegeben.
- Verwenden Sie die Regler „Amplitude" und „Zeit" für ein möglichst gut sichtbares Signal. Nutzen Sie die Einstellmöglichkeiten für die zeitliche Skalierung voll aus und beobachten Sie, wie sich die Form des Signals verändert. Mit dem Knopf „Run/Stop" können Sie die Darstellung jederzeit einfrieren (**M1**).

- In der Registerkarte „Frequenzanalyse“ finden Sie die Darstellung der Fourieranalyse. Nutzen Sie die Einstellungen „automatische Skala“ und „log“, um ein Gefühl für die Darstellung zu bekommen (**M3**).

IV.3. Frequenz und Amplitude eines Sinustons („Versuch daheim“)

1. Teilversuch:
Untersuchen Sie einen perfekten, von einem Signalgenerator erstellten Sinuston.
2. Messgrößen:

- Zeitdauer t für mindestens vier Schwingungsperioden in ms mitsamt Messunsicherheit ermittelt aus dem Oszilloskopbild
- Frequenz f mitsamt Unsicherheit, ermittelt aus dem Frequenzbild
- Spitze-Tal-Wert A_{ST} mitsamt Messunsicherheit ermittelt aus dem Oszilloskopbild, mind. 5 Mal.

3. Durchführung:

- Starten Sie die Wiedergabe der Datei 9.wav. Diese gibt einen reinen Sinuston wieder. Untersuchen Sie die Frequenz- und Amplitudenabhängigkeit der Darstellung von den Eingangsparametern des Signals, indem Sie die Lautstärke am mp3-Player variieren. Beschreiben Sie die Veränderungen im Oszilloskop- und Frequenzbild in kurzen Worten.
- Vermessen Sie die Zeit t für mindestens vier Schwingungsperioden mitsamt Unsicherheit, um die Periodendauer der Schwingung zu bestimmen und notieren Sie das Ergebnis.
- Vermessen Sie den Spitze-Tal-Wert A_{ST} mitsamt Unsicherheit zwischen mindestens fünf verschiedenen Maxima-/Minima-Paaren, um die Amplitude der Schwingung zu bestimmen.
- Vermessen Sie die Frequenz f mitsamt Unsicherheit.

IV.4. Vermessung eines Obertonspektrums („Versuch daheim“)

1. Teilversuch:
Visualisieren Sie das natürliche Obertonspektrum eines Instruments. Bestimmen Sie das numerische Verhältnis der Frequenzen der Obertonreihe.
2. Messgrößen:

- Name der verwendeten Sounddatei
- Frequenz f_{n} des n-ten Obertones mitsamt Messunsicherheit, mind. 10 Obertöne

3. Durchführung:

- Wählen Sie eine Sounddatei zum Thema „Obertöne“[5] (Querflöte: 3.wav / Waldhorn: 4.wav / Violine: 5.wav) aus. Betrachten Sie das Tonbeispiel im Oszilloskop- und Frequenzbild.
- Verschieben Sie den Triggerpunkt (**M2**), um ein gutes Bild zu erhalten. Frieren Sie im Frequenzbild mit dem Button „Run/Stop“ ein geeignetes Obertonspektrum ein und vermessen Sie die Frequenzen der Obertöne mitsamt Messunsicherheit mittels der Cursor (**M3**).

IV.5. Das menschliche Hörvermögen („Versuch daheim“)

1. Teilversuch:
Bestimmen Sie zunächst die Grenze Ihres eigenen Hörvermögens. Danach werden Sie den altersbedingten Unterschied im Hörvermögen hören und vermessen.
2. Messgrößen:

- Ihre Hörgrenze
- Ausdrucke der beiden Frequenzspektren

3. Durchführung:

- Bevor Sie die Datei 6.wav starten, sollten Sie die Lautstärke Ihres Kopfhörers etwas nach unten regulieren. Die Zoom-Funktion im Frequenzbild sollte während dieses Teilversuches nicht verwendet werden und auf „1“ stehen. In der verwendeten Datei wird die Tonfrequenz in äquidistanten Schritten erhöht. Bestimmen Sie anhand des Frequenzbildes, ab welcher Frequenz Sie den Ton nicht mehr hören können.
- Starten Sie nun die Datei 7.wav. Der Musikausschnitt dauert ca. 40 Sekunden. Wählen Sie die Option „autom. Skala“ aus. Nehmen Sie kumuliertes Frequenzspektrum auf, indem Sie die Funktion „Pegelspitzen halten“ aktivieren (**M3**).
- Speichern Sie das angezeigte Bild im Stop-Modus. Dieses wird schwarz/weiß und in Farbe am Desktop als JPG-Datei abgelegt. Öffnen Sie das Bild (s/w) mit einem passenden Programm (z.B. Microsoft Fotos, LibreOffice Draw, IrfanView etc.) und drucken Sie dieses auf Ihrem Drucker oder als PDF-Datei aus.
- Wiederholen Sie dies mit der Datei 8.wav.

[5] Mit freundlicher Genehmigung von www.didaktik.physik.fu-berlin.de/sounds/

Umbau

Nachdem Sie die Software beendet haben, geben Sie die Kopfhörer beim Betreuer ab. Trennen Sie den Kopfhörerverstärker vom Netzteil und legen Sie diesen zurück in den Koffer. Schließen Sie nun die Stromquelle an das Netzteil an und verbinden Sie die USB-Box über das USB-Kabel mit dem Rechner.

IV.6. Rechteckspannung

1. Teilversuch:
Bestimmen Sie Frequenz f und Periodendauer T der verwendeten Rechteckstromquelle.
2. Messgrößen:

- Zeitabstand dT des Rechtecksignals mitsamt Unsicherheit
- Frequenz f des ersten Maximums mitsamt Unsicherheit
- Widerstand R mitsamt Unsicherheit

3. Durchführung:

- Bauen Sie auf der Rastersteckplatte einen einfachen Stromkreis, bestehend aus der vorliegenden Stromquelle und einem Messwiderstand R auf (vgl. dazu auch Abb. 13). R liegt im Bereich $450 - 500\ \Omega$ (für den genauen Wert siehe Ihren persönlichen Datensatz).
- Nehmen Sie die am Widerstand R abfallende Spannung U mit dem Oszilloskop auf. Verwenden Sie dafür zwei Messkabel und verbinden Sie die Eingänge *A1* und *GND* des Oszilloskops mit den Buchsen vor und hinter dem Widerstand.
- Starten Sie die Software „Scope“ neu und wählen Sie als Eingangsquelle (**M4**) die USB-Box aus (Kanäle A1,A2). Die Stromquelle erzeugt in der Einstellung „Puls“ einen Rechteckstrom. Mit dem Drehregler an der Stromquelle können Sie die Frequenz des Strompulses verändern. Wählen Sie eine beliebige Frequenz aus.
- Variieren Sie die Einstellungen der Software für Zeit und Amplitude, so dass Sie mehrere Rechtecke des Signals sehen. Mit dem Offset können Sie das Signal nach oben oder unten verschieben (**M1**). Mit dem Button „Stop“ beenden Sie die Messung und frieren das letzte Bild ein. Bestimmen Sie nun ein Zeitintervall dT mitsamt Unsicherheit, das mindestens vier volle Perioden des Signals enthält.
- Lassen Sie die Messung wieder laufen („Run“) und wechseln Sie zur Frequenzanalyse. Verwenden Sie die Zoomfunktion, um das Frequenzspektrum gut betrachten zu können. Was fällt Ihnen am Frequenzbild auf? Notieren Sie sich zusätzlich die Frequenz des ersten Maximums mitsamt Unsicherheit.
- Verändern Sie nun die Frequenz an der Stromquelle. Was beobachten Sie im Frequenzbild?

IV.7. Auf- und Entladekurve eines Kondensators

1. Teilversuch:
Vermessen Sie ein RC-Glied als Modell für einen kurzen Abschnitt der Membran einer Nervenzelle. Bestimmen Sie die Zeitkonstante τ.
2. Messgrößen:

- Maximale Amplitude U_0 mitsamt Unsicherheit
- vier Messwerte für τ mitsamt Unsicherheiten
- Kapazität C und Widerstand R der verwendeten Bauteile mitsamt Unsicherheiten

3. Durchführung:

- Bauen Sie eine Parallelschaltung aus dem Messwiderstand R aus dem vorherigen Versuch und einem Kondensator C der Größenordnung 2-2,5 μF auf (für den genauen Wert siehe Ihren persönlichen Datensatz). Verbinden Sie diese Schaltung mit der Stromquelle wie im vorherigen Versuch.
- Messen Sie nun die am Widerstand R abfallende Spannung mit dem Oszilloskop. Deaktivieren Sie der Übersichtlichkeit wegen Kanal 2 (**M2**). Verwenden Sie die Einstellmöglichkeiten der Software, um zwei komplette Auf- und Entladevorgänge sichtbar zu machen. Variieren Sie dazu auch die Frequenz der Stromquelle, um zwei volle Ladevorgänge sehen zu können. Beobachten Sie, wie sich das Signal ändert, wenn Sie den Kondensator im laufenden Betrieb kurz herausziehen.
- Um im folgenden die Entlade- und Aufladevorgang zu vermessen, wählen Sie zunächst für die Triggereinstellung (**M1**) die Option „steigend“ und stellen damit die zwei Auflade-/Entladekurven am Oszilloskop gut sichtbar dar.

Im Stop-Modus können Sie Amplituden[6] und Zeitabstände vermessen.

- Bestimmen Sie zunächst die maximale Amplitude dA und damit den Spannungswert U_0 mitsamt Messunsicherheit.
- Nach der Zeit $t = \tau$ ist die Spannung auf $1/e = 37\,\%$ des Ausgangswertes dA abgefallen oder auf $1 - 1/e = 63\,\%$ des Endwertes dA gestiegen. Nutzen Sie dieses Wissen, um τ zu bestimmen und

[6] Der Anzeigebereich ist bei dieser Software auf $U = 1\,\mathrm{V}$ normiert. Wenn Sie die Kanäle A1,2 des Oszilloskops verwenden, müssen Sie Ihren Wert für dA mit 10 multiplizieren, um den realen Spannungswert U zu erhalten.

zwar für den Aufladevorgang und für den Entladevorgang. Auf der Zeitskala werden Millisekunden durch ms und Mikrosekunden durch us (statt der üblichen μs) abgekürzt.

- Starten Sie über den „Run-Knopf“ die Messwerterfassung erneut und führen Sie die obige Messung insgesamt zweimal durch und zwar an zwei verschiedenen Ladevorgänge.

IV.8. Modell für eine myelinisierte Membran

1. Teilversuch:
Untersuchen Sie die durch Myelin bedingten Veränderungen an der Membran anhand eines Modells.
2. Messgrößen:

- vier Messwerte für τ mitsamt Unsicherheiten
- Kapazität C und Widerstand R der verwendeten Bauteile mitsamt Unsicherheiten

3. Durchführung:
Myelin erhöht den Membranwiderstand und senkt die Kapazität. Um das Verhalten einer myelinisierten Membran zu untersuchen, verwenden Sie einen Widerstand der Größenordnung 1 kΩ und einen Kondensator der Größenordnung 0,1 μF (für die genauen Werte siehe Ihren persönlichen Datensatz) und machen Sie wie im vorherigen Teilversuch zwei Auf-/ Entladevorgänge sichtbar.Verändern Sie die Zeitbasis (**M1**) so, dass Sie die abfallenden/ansteigenden Flanken gut erkennen können!
Speichern Sie das angezeigte Bild wie zuvor, drucken Sie es in schwarz/weiß aus und löschen Sie danach die von Ihnen erzeugten Dateien.

V. AUSWERTUNG

V.1. Bestimmung der Erdbeschleunigung („Versuch daheim“)

- Sie haben zehnmal die Zeit für 5 volle Schwingungen gemessen. Ermitteln Sie daraus zunächst die zehn (verschiedenen) Werte für jeweils eine volle Schwingung $T_1, T_2, ..., T_{10}$ (T ist die Periode der Schwingung). Tragen Sie die Daten aus den Rechnungen in die Tabelle im Abschnitt „Durchführung“ Ihres Protokolls ein.
- Berechnen Sie aus den zehn Werten der Schwingungsperiode den Mittelwert T_0, die Schwankung ΔT und die relative Unsicherheit $\frac{\Delta T}{T_0}$ in Prozent.
- Berechnen Sie die Erdbeschleunigung gemäß Gl. 22.
- Errechnen Sie für die Fadenlänge die relative Unsicherheit $\frac{\Delta l}{l}$ unmittelbar aus den beiden Messwerten.
- Berechnen Sie die Standardabweichung s (vgl. AMW) der Einzelmessung für die Schwingungsperiode T und die statistische Unsicherheit ΔT_S des arithmetischen Mittelwertes (siehe AMW).
- Wieviel Messungen muss man durchführen um die Unsicherheit des arithmetischen Mittelwertes ΔT_S zu halbieren?
- Errechnen Sie die relative Unsicherheit der Schwingungsdauer $\frac{\Delta T_S}{T_0}$ in Prozent.
- Berechnen Sie die relative Unsicherheit der Erdbeschleunigung $\frac{\Delta g}{g}$. Da T quadratisch in Gl. 22 auftritt, liefert die Fehlerfortpflanzung gemäß (vgl. AMW) für die relative Unsicherheit der Erdbeschleunigung

$$\frac{\Delta g}{g} = 2\frac{\Delta T_S}{T_0} + \frac{\Delta l}{l}.$$

- Berechnen Sie die absolute Unsicherheit der Erdbeschleunigung Δg.
- Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem Literaturwert für die Erdbeschleunigung $g = 9{,}81$ m/s^2 (vgl. AMW).

V.2. Musik sichtbar machen („Versuch daheim“)

Bei diesem Teilversuch gibt es keine Auswertung.

V.3. Frequenz und Amplitude eines Sinustons

- Berechnen Sie die Frequenz des Signals mitsamt Unsicherheit.
- Vergleichen Sie diesen Wert mit Ihrer Messung im Frequenzbild.
- Berechnen Sie die Amplitude des Signals mitsamt Unsicherheit.

V.4. Vermessung eines Obertonspektrums („Versuch daheim“)

- Tragen Sie graphisch f_n gegen n auf. Warum bestätigt der Verlauf des Graphen das aus der Theorie bekannte Frequenzverhältnis der Obertöne?
- Bestimmen Sie die Grundfrequenz f_0 der Schwingung mitsamt Unsicherheit, indem Sie die Steigung der Gerade $\frac{\Delta f_n}{\Delta n}$ berechnen (vgl. Gl. 3).
- Vergleichen Sie diesen Wert mit Ihrer Messung im Frequenzbild.

V.5. Das menschliche Hörvermögen („Versuch daheim“)

Die Datei 7.wav wurde mit einem Frequenzfilter bearbeitet, so dass Sie eine grobe Vorstellung davon erhalten, wie sich das Hörvermögen im Alter von ca. 60 Jahren verändert.
Vergleichen Sie die beiden Hörbeispiele anhand Ihrer Ausdrucke. Unterteilen Sie dazu den Frequenzbereich in drei sinnvolle Abschnitte und formulieren Sie die Unterschiede zwischen beiden Hörbeispielen für jeden der Bereiche. Konsultieren Sie dabei den Abschnitt II II.2 2.

V.6. Rechteckspannung

- Bestimmen Sie die mittlere Periodendauer T mitsamt Unsicherheit.
- Berechnen Sie die Frequenz f des Signals mitsamt Unsicherheit.
- Vergleichen Sie diesen Wert mit Ihrer Messung im Frequenzbild.
- Versuchen Sie, diesen Zusammenhang zu interpretieren!

V.7. Auf- und Entladekurve eines Kondensators

- Bestimmen Sie den Mittelwert für Ihren gemessenen Wert τ_{exp} und die Messunsicherheit $\Delta\tau_{\text{exp}} = (\tau_{\text{max}} - \tau_{\text{min}})/2$. Berechnen Sie zunächst den Größtfehler für τ_{theo}, indem Sie die einzelnen relativen Fehler addieren und mit τ_{theo} multiplizieren und geben Sie so ein Intervall für den theoretischen Wert der Zeitkonstante in folgender Form an: $\tau \pm \Delta\tau$.
- Vergleichen Sie Ihren gemessenen Wert für τ mit dem rechnerischen Wert.
- Berechnen Sie den maximal durch den Membranwiderstand fließenden Strom $I = U/R$.
- Berechnen Sie die Unsicherheit des Stroms ΔI wie oben und geben Sie das Endergebnis an.

V.8. Modell für eine myelinisierte Membran

- Bestimmen Sie graphisch anhand des Ausdrucks die Zeitkonstante τ mitsamt Unsicherheit wie im vorherigen Teilversuch.
- Berechnen Sie den Wert für τ_{theo} wie im vorherigen Teilversuch.
- Vergleichen Sie den experimentell bestimmten und den rechnerischen Wert.
- Vergleichen Sie die Veränderung der Zeitkonstante mit den aus der Physiologie bekannten Eigenschaften einer myelinisierten Membran.

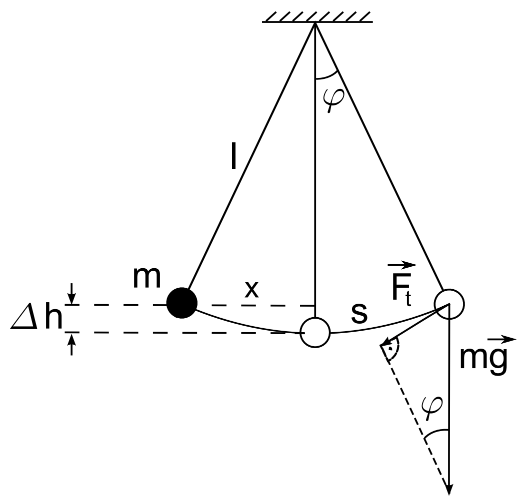

Abb. 16: Fadenpendel mit Masse m und Fadenlänge l. Die Ruhelage des Pendels liegt bei $\varphi = 0$.

VI. ANHANG I: HARMONISCHE SCHWINGUNG

Unter einer Schwingung versteht man allgemein einen sich periodisch wiederholenden Vorgang. Die einfachste Art der Schwingung ist die sogenannte *harmonische Schwingung*, deren zeitlicher, sinusförmiger Verlauf in Abb. 1 dargestellt ist.

Fadenpendel

Ein Fadenpendel ist das in Abb. 16 dargestellte schwingungsfähige System: an einem Faden der Länge l hängt eine Masse m.
Die Schwingungsbewegung des Pendels wird durch den zeitlichen Verlauf des Winkels φ (griech. „Phi“) beschrieben. Um eine mathematische Formel für $\varphi(t)$ zu finden, betrachtet man die wirkenden Kräfte, wobei jegliche Art von Dämpfung unberücksichtigt bleibt.
Abb. 16 zeigt die ausgelenkte Masse unter dem Einfluss der Schwerkraft $F_g = mg$. Diese bewirkt eine rücktreibende Kraft F_t, nämlich die Schwerkraftkomponente, die tangential am Kreisbogenstück s liegt:

$$F_t = -mg \cdot \sin\varphi \; . \tag{15}$$

Das Minuszeichen besagt, dass F_t der Auslenkung φ entgegengesetzt ist. Da sich φ während der Schwingung mit der Zeit ändert, ändert sich gleichzeitig auch F_t.
Interpretiert man die Kraft im Sinne des zweiten Newton'schen Gesetzes als „Masse mal Beschleunigung“ und beachtet, dass die Beschleunigung a die zweite Ablei-

tung des Weges s nach der Zeit ist[7], so folgt

$$m \cdot a = m \cdot \ddot{s} = -mg \cdot \sin\varphi \; .$$

Gibt man den Winkel φ im Bogenmaß[8] an, so ist

$$s = l \cdot \varphi \; .$$

Außerdem kann man für kleine Winkel die Näherung

$$\sin\varphi \approx \varphi \; .$$

verwenden.
Man kann also für entsprechend kleine Ausschläge des Fadenpendels (näherungsweise) schreiben:

$$m \cdot l \cdot \ddot{\varphi} = -mg \cdot \varphi \; . \tag{16}$$

Zur Lösung dieser Gleichung liefert Gl. (1) einen Ansatz, nämlich

$$\varphi(t) = \varphi_0 \sin(\omega t) \tag{17}$$

mit der Winkelamplitude φ_0 und der Kreisfrequenz

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \; . \tag{18}$$

Die erste und zweite Ableitung davon sind

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}(t) &= \omega \cdot \varphi_0 \cos(\omega t) \; , \\ \ddot{\varphi}(t) &= -\omega^2 \cdot \varphi_0 \sin(\omega t) \; . \end{aligned} \tag{19}$$

Einsetzen der Gleichungen (17) und (19) in (16) ergibt

$$\begin{aligned} -ml \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0 \sin(\omega t) &= -mg \cdot \varphi_0 \sin(\omega t) \\ \Rightarrow \qquad l\omega^2 = g \qquad \Rightarrow & \qquad \omega = \sqrt{g/l} \; . \end{aligned} \tag{20}$$

Diese Rechnung zeigt, dass das Fadenpendel tatsächlich eine harmonische Schwingung ausführt, wobei sich die Kreisfrequenz aus der Fadenlänge und der Erdbeschleunigung g ergibt. Schließich folgt mit Gl. (18) für die Schwingungsdauer des Fadenpendels

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \tag{21}$$

Diese Beziehung ist in mehrfacher Hinsicht interessant:

1. Die Schwingungsdauer des Fadenpendels ist offenbar unabhängig von der Winkelamplitude φ_0 – sie taucht explizit in Gl. (21) nicht mehr auf. Grundvoraussetzung ist hierbei jedoch, dass nur kleine Winkel auftreten.

2. Die Schwingungsdauer ist offenbar auch von der Masse des Schwingkörpers unabhängig. Allerdings nimmt sie mit der Fadenlänge zu.

3. Man kann mit Hilfe von Gl. (21) die Erdbeschleunigung bestimmen:

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2} l \, . \tag{22}$$

Dies ist recht genau möglich, weil sich T als Mittelwert bei einer größeren Zahl von Schwingungen sehr genau experimentell bestimmen lässt.

VII. ANHANG II. MANUALS

[7] Als Schreibweise für die erste Ableitung einer Funktion f, die von x abhängt, hat sich $f'(x)$ eingebürgert – für die zweite Ableitung entsprechend $f''(x)$. Für eine zeitabhängige Funktion $y(t)$ schreibt man jedoch $\dot{y}(t)$ bzw. $\ddot{y}(t)$. Die Bedeutung ist allerdings völlig analog.

[8] Das Bogenmaß ist das von einem Winkel aufgespannte Kreisbogenstück im Verhältnis zum Kreisradius. Im Bogenmaß entsprechen 2π also $360°$ oder allgemein: $\alpha = \alpha[°] \cdot 2\pi/360$.

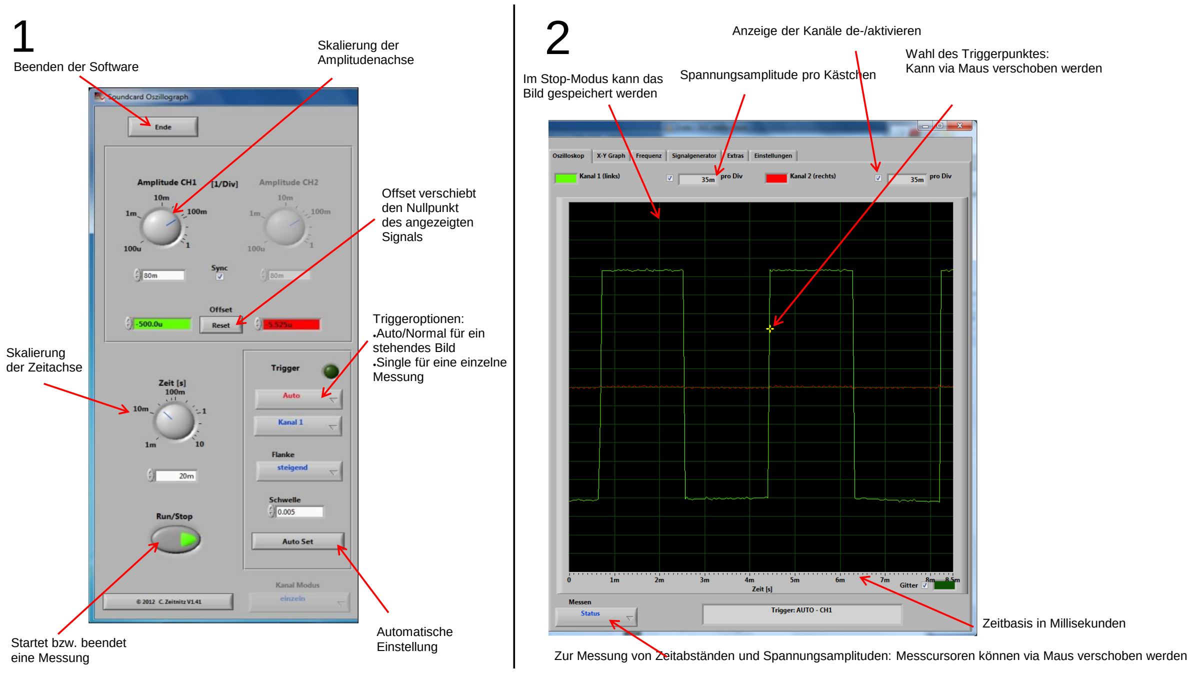

Abb. 17: Manuals M1-M2 am Arbeitsplatz

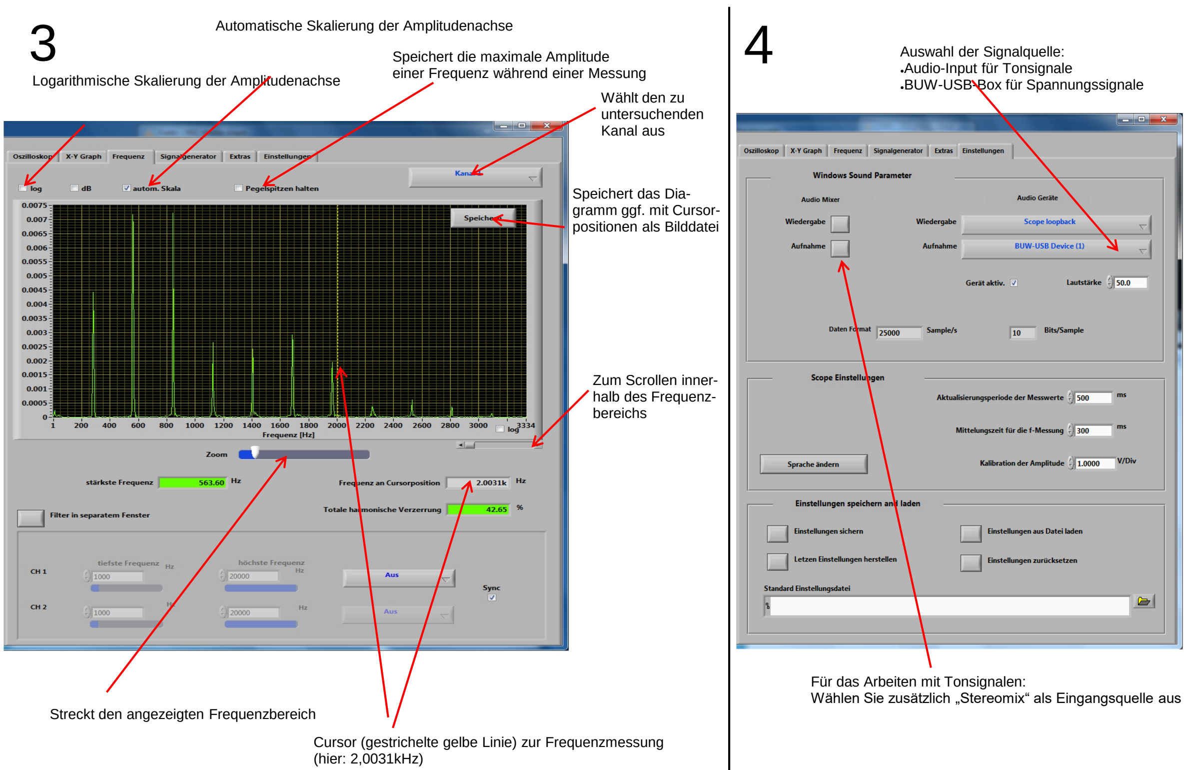

Abb. 18: Manuals M3-M4 am Arbeitsplatz

VIII. ANHANG III: MC-AUFGABENSATZ

Hier finden Sie die MC-Test-Aufgaben mitsamt den Antworten, die bei den Eingangstests verwendet werden. Die Angaben und die Antworten sind in der Regel mit Formelzeichen dargestellt. Bei den MC-Tests werden diese Formelzeichen mit Zahlen ersetzt (vgl. Kapitel 5.2.7.)

1. Bei einem Patienten werden N Pulsschläge in der Zeit t gemessen. Dann ist die Periodendauer ...
Antwort: $\frac{t}{N}$

2. Die Frequenz der Eigenschwingung mit der laufenden Nummer $n, n = 0, 1, 2, ...$ einer an beiden Enden fixierten Saite ist f_n. Es wurde das Obertonspektrum der Saite vermessen. Welche der folgenden Messreihen stimmt mit dem tatsächlinen Obertonspektrum überein?
Antwort: $f_0, f_1, f_2, f_3, f_4, ...$

3. Wie groß ist die Frequenz der Eigenschwingung mit der laufenden Nummer $n, n = 0, 1, 2, ...$ einer an beiden Enden fixierten Saite der Länge L, wenn die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle entlang der Saite v ist.
Antwort: $f_n = (n + 1)\frac{v}{2L}$

4. Eine an beiden Enden fixierte Saite der Länge L erfüllt eine Eigenschwingung mit der laufenden Nummer n. Wie groß ist dabei der Abstand zwischen zwei benachbarten Schwingungsknoten?
Antwort: $\frac{L}{n+1}$

5. Die folgenden Ausdrücke sollen die Dimension einer **Intensität** haben. Bei welchen trifft dies zu?
Antwort: Intensität $= \frac{\text{Energie}}{\text{Fläche} \cdot Zeit}$

6. Die Kapazität eines Kondensators wird in Farad angegeben.
Welche Einheiten-Kombination könnte man auch verwenden?
Antwort: $[C] = \mathrm{F} = \frac{C}{V} = \frac{A \cdot s}{V} = \ldots$

7. Ein Kondensator nimmt bei einer angelegten Spannung U eine Ladung Q auf. Die Kapazität des Kondensators ist dann:
Antwort: $C = \frac{Q}{U}$

8. Wenn man bei einem Plattenkondensator (ohne Dielektrikum) mit der Kapazität C_1 die anliegende Spannung von U_1 auf $U_2 = a \cdot U_1$ und den Plattenabstand von d_1 auf $d_2 = b \cdot d_1$ verändert, so ist seine neue Kapazität C_2 ...
Antwort: $C_2 = \frac{1}{b} \cdot C_1$

9. Wenn man bei einem Plattenkondensator (ohne Dielektrikum) mit der Kapazität C_1 die Plattenfläche von A_1 auf $A_2 = a \cdot A_1$ und den Plattenabstand von d_1 auf $d_2 = b \cdot d_1$ verändert, so ist seine neue Kapazität C_2 ...
Antwort: $C_2 = \frac{a}{b} \cdot C_1$

10. Die Membran einer biologischen Zelle besitzt zunächst eine auf einen Quadratzentimeter Membranoberfläche bezogene elektrische Kapazität C_{1s}. Nach einer induzierten Phasenumwandlung in der Membran ist ihre Dicke von d_1 auf $d_2 = a \cdot d_1$ verändert und die Permittivitätszahl (Dielektrizitätszahl) von ϵ_{r1} auf $\epsilon_{\mathrm{r2}} = b \cdot \epsilon_{\mathrm{r1}}$ verändert.
Etwa wie groß ist die auf einen Quadratzentimeter bezogene Kapazität nach der Umwandlung, wenn man als Näherung von einem Plattenkondensator ausgeht?
Antwort: $C_{2s} = \frac{b}{a} \cdot C_{1s}$

11. Wie groß ist die Kapazität eines Kondensators, der sich über einen Widerstand R mit einer Zeitkonstante τ entlädt?
Antwort: $C = \frac{\tau}{R}$

12. Ein zu Beginn vollständig entladener Kondensator der Kapazität C und ein Widerstand R sind parallel geschaltet. Dieses RC-Glied wird mit einer Stromquelle, die den konstanten Strom I_0 liefert, verbunden. Wie groß ist die Spannung zwischen den Kondensatorplatten nach der Zeit t?
Antwort: $U(t) = I_0 \cdot R \cdot (1 - e^{-t/R \cdot C})$

13. Ein Kondensator der Kapazität C ist auf die Spannung U_0 aufgeladen. Wie lange dauert es beim anschließenden Entladen über einen Widerstand R, bis über diesen nur noch die Spannung U abfällt?
Antwort: $t = -R \cdot C \cdot \ln \frac{U}{U_0}$

14. Ein Kondensator der Kapazität C wird durch das Anlegen einer Spannung U_0 aufgeladen.
Die in ihm gespeicherte Energie ...
Antwort: ... ist $\frac{1}{2}CU_0^2$

15. Ein durch Anlegen einer Spannung U_0 vollständig aufgeladener Kondensator entlädt sich über einen Widerstand R. Nach der Zeit $t_{1/2}$ (Halbwertszeit) ist die Spannung am Kondensator auf die Hälfte abgefallen. Wie groß ist die Kapazität des Kondensators?
Antwort: $C = \frac{t_{1/2}}{R \cdot \ln 2}$

16. Wie groß ist der Quotient der Intensitäten $\frac{I_1}{I_2}$ zweier Schallquellen mit Schallpegeln jeweils $L_{I,1}$ und $L_{I,2}$?
Antwort: $\frac{I_1}{I_2} = 10^{\frac{L_{I,1} - L_{I,2}}{10}}$

17. Ein mögliches Modell für die elektrischen Eigenschaften einer Lipiddoppelschicht umgeben von Elektrolyten ist ein Plattenkondensator mit einem Plattenabstand d und einer Permitivitätszahl (Dielektrizitätszahl) ϵ. Die elektrische Feldkonstante beträgt
$\epsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{\mathrm{A \cdot s}}{\mathrm{V \cdot m}}$. Wie groß etwa ist die spezifische elektrische Kapazität $\frac{C}{A}$(Kapazität pro Fläche) der Lipiddoppelschicht?
Antwort: $\frac{C}{A} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_{\mathrm{r}} \cdot \frac{1}{d}$

18. Ein mögliches Modell für die elektrischen Eigenschaften einer Lipiddoppelschicht umgeben von Elektrolyten ist ein Plattenkondensator mit einem Plattenabstand d, einer Plattenfläche A und einer Permitivitätszahl (Dielektrizitätszahl) ϵ. Die elektrische Feldkonstante beträgt $\epsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{A \cdot s}}{\mathrm{V \cdot m}}$. Wie groß etwa ist die elektrische Kapazität C der Lipiddoppelschicht?
Antwort: $C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_\mathrm{r} \cdot \frac{A}{d}$

19. Im Versuch SIG werden verschiedene Teilversuche durchgeführt. Welche Aussage bezüglich der Inhalte der Teilversuche ist **richtig**?
Antwort: Siehe SIG-Anleitung, Kapitel 6.5.

20. Im Versuch SIG wird der Auflade- bzw. Entladevorgang des Kondensators eines RC-Glieds mit der Hilfe eines PC-gestützten Oszilloskops untersucht. Welche Aussage ist **richtig**?
Antwort: Siehe SIG-Anleitung, Kapitel 6.5.6 und 6.5.7.